

GIOCHI MATEMATICI

Olbia 18-05-2006

Primo livello

1. *Il tempo di concludere*

Un cavallo mangia una certa quantità di fieno in 6 mesi, un vitello in 9 mesi e una capra in 18 mesi. Per quanto tempo basterà la provvista, se i tre animali la mangiano contemporaneamente?

Secondo livello

2. *La collana dai sette anelli*

Un ricco mercante di gioielli, venuto in possesso di una collana formata da sette anelli preziosissimi (vedi fig.1), vuole barattarli con l'affitto del sontuoso palazzo reale della capitale per sette mesi, sapendo che il valore di ogni anello della collana coincide esattamente con l'affitto mensile del palazzo.

Egli intende pagare l'affitto tutto insieme alla fine dei sette mesi, consegnando la collana intatta al re. Questi, tuttavia, non fidandosi troppo, pretende di avere nelle proprie mani, alla fine di ogni mese, un numero di anelli (non importa se sciolti o intrecciati) pari al numero di mesi trascorsi, quale pagamento regolare dell'affitto (quindi uno alla fine del primo mese, due alla fine del secondo e così via). Il mercante obietta che così bisogna tagliare più anelli della collana rovinandola, ma il re replica sostenendo che tagliando un solo anello il suo scopo sarà comunque raggiunto. Quale anello dovrà essere tagliato e come sarà poi soddisfatto il re con i tronconi formati?

In fig.2, c'è l'esempio di un taglio (quarto anello) e in fig.3 i tronconi conseguentemente formati.

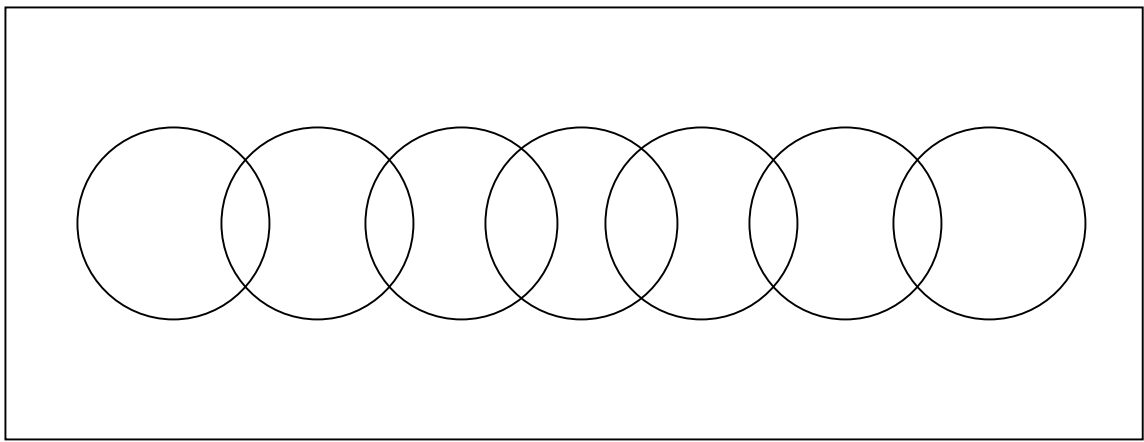


Fig.1

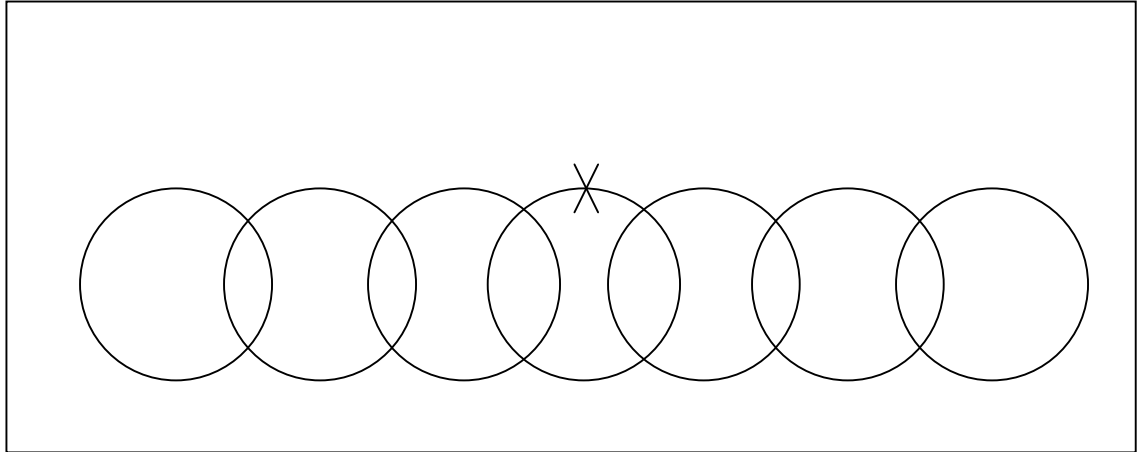


Fig.2

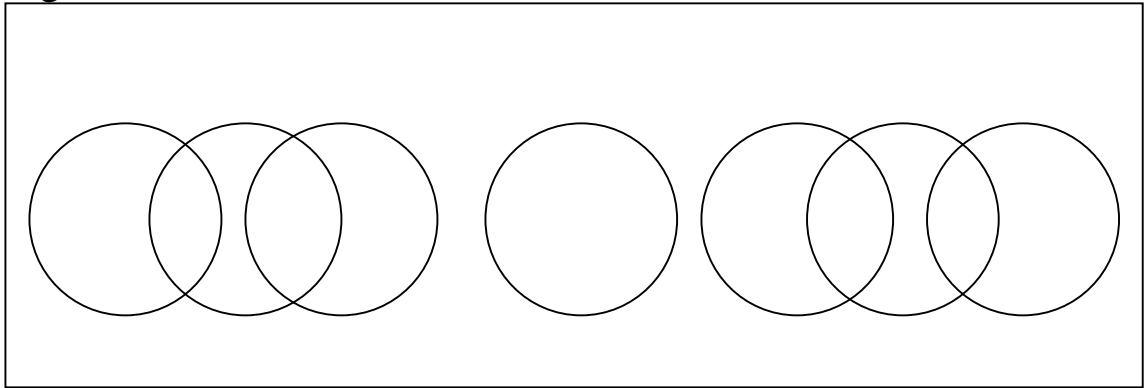


Fig. 3

Terzo livello

3. *La fila misteriosa*

Dieci condannati a morte vengono sottoposti ad un sadico giochino: messi in fila indiana, tutti rivolti con lo sguardo avanti a sé e in ordine decrescente di altezza (ossia dal più alto al più basso), sono forniti di cappelli che possono essere bianchi oppure neri (in modo assolutamente casuale). Ciascuno di essi può vedere solo il cappello di quelli avanti a sé. Ognuno dei condannati, a turno, a partire dal più alto via via fino al più basso, può pronunciare solo la parola “bianco” oppure la parola “nero”: se la parola pronunciata coincide con il colore del cappello indossato, il malcapitato si salva, altrimenti viene giustiziato. Prima dell’inizio del giochino, viene concessa ai dieci condannati una riunione al fine di concordare assieme una strategia comune che permetta loro di salvare in maniera CERTA, ossia indipendentemente dal colore dei cappelli che capiteranno, il maggior numero di persone. Ad esempio, una strategia potrebbe essere quella in cui il primo pronuncia il colore del cappello del secondo, il terzo quello del quarto e così via fino al nono che pronuncia il colore del cappello dell’ultimo. In tal modo, certamente si salvano cinque persone, ossia tutti quelli di posto pari che, sentendo la parola pronunciata dal precedente compagno, vengono a conoscenza del colore del proprio cappello.

Esiste una strategia diversa, da elaborare in comune, che possa salvare certamente più di cinque persone?

NOTA BENE: la risoluzione di uno qualsiasi dei problemi proposti si intende valida se e solo se l’eventuale risposta corretta è corredata da una adeguata motivazione. L’incauta persona che rispondendo, ad esempio, all’ultimo problema che basta che il primo faccia circolare un fogliettino con i colori di tutti i nove cappelli che vede o che basta che la voce dei condannati abbia una certa inflessione, verrebbe immediatamente incluso nella lista dei dieci condannati (diventando l’undicesimo).

SOLUZIONI

1. Si può impostare il ragionamento in maniera astratta (ma non è l'unico modo) come segue: devo trovare tre numeri $\alpha, \beta, \gamma > 0$ la cui somma faccia 1, sapendo che $\beta = (2/3)\alpha$ e $\gamma = (1/3)\alpha$ (β è quanto mangia il vitello nel tempo in cui mangia il cavallo e γ è quanto mangia la capra nel tempo in cui mangia il cavallo). Poiché risulta $\alpha = 1/2$, che è ciò che mangia il cavallo, significa che ci vogliono 3 mesi.

2. Se voi tagliate il terzo anello (da sinistra o da destra), vi rimarranno in mano un anello e due tronconi rispettivamente da due e da quattro anelli. Alla fine del primo mese il mercante consegna l'anello singolo, alla fine del secondo mese si fa ridare l'anello singolo e consegna il troncone da due. Alla fine del terzo mese consegna l'anello singolo. Alla fine del quarto mese, si fa ridare i tre anelli e consegna il troncone da quattro. Alla fine del quinto mese consegna l'anello singolo e...così via.

3. La strategia che illustreremo è ottimale perchè salva in maniera certa, ossia indipendentemente dalla disposizione di cappelli, nove persone. E' evidente infatti che la prima persona non si potrà mai salvare in maniera certa, qualunque strategia si adotti, perchè non dispone di alcuna informazione. La strategia è la seguente: la prima persona vede davanti a sé un certo numero di cappelli bianchi, diciamo B , e un certo numero neri, diciamo N , con l'ovvia relazione che $B+N=9$. Uno solo dei due numeri tra B e N deve essere forzatamente dispari, perchè se entrambi fossero pari o dispari la somma sarebbe pari (si noti che è ammesso anche il caso $B=0$ oppure $N=0$). Dunque la prima persona dirà a voce alta il colore corrispondente al numero dispari di cappelli che vede davanti a sé e poniamo per esempio che siano i bianchi. A questo punto il secondo, se vede davanti a sé un numero dispari di cappelli bianchi, è sicuro di averlo nero, perchè altrimenti B sarebbe pari, mentre se vede davanti a sé un numero pari di cappelli bianchi è sicuro di averlo bianco, altrimenti di nuovo B sarebbe pari. Il meccanismo è lo stesso per i restanti, cosicché tutti, eccetto il primo, si salvano con certezza.